

Согласована

Заместитель директора по УВР
МБОУ "Уренская средняя
общеобразовательная школа №2
 / Малышева И.В. /
«31» августа 2017 г.

Утверждена

Приказом директора МБОУ
"Уренская средняя
общеобразовательная школа №2"
от «31» августа 2017 г. №136
Г.А. Сироткина



**Рабочая программа
по алгебре и началам математического анализа
для 10-11 классов**

Разработчики: Соршнева Любовь Ивановна, учитель математики,
Малышева Надежда Александровна, учитель математики.

Составлена на основании:

Программы для общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала
математического анализа. 10-11 кл., Авт. - сост. Т.А. Бурмистрова, М.:
Просвещение, 2010г.

г. Урень
2017г.

Пояснительная записка

Данная рабочая программа ориентирована на учащихся 10-11 классов профильного обучения и реализуется на основе следующих документов:

- Программы для общеобразовательных учреждений: Алгебра и начала математического анализа для 10-11 классов, составитель Т.А. Бурмистрова, М.: Просвещение, 2010г.,
- Учебников «Алгебра и начала математического анализа» 10 класс. 11 класс. / Колягин Ю.М. и другие - М.: Просвещение, 2010г.,
- Учебного плана и основной образовательной программы МБОУ «Уренская средняя общеобразовательная школа №2» Уренского муниципального района Нижегородской области.

Содержание программы раскрывает взаимосвязь математики и таких дисциплин, как информатика, физика, химия, показывает, как развитие одной из этих научных отраслей стимулировало развитие другой. Дается углубленное представление о математическом аппарате, показывается, как теоретические результаты, полученные в математике, послужили источником идей и результатов в различных областях физики, химии, информатики.

Цели:

- сформировать представления о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;
- сформировать основы логического, алгоритмического и математического мышления;
- сформировать умение применять полученные знания при решении различных задач;
- сформировать представление о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

Задачи:

1) сформировать представление о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

2) сформировать представление о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

4) владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

5) сформировать представление о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

6) сформировать понятийный аппарат по основным разделам курса математики; знания основных формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

7) сформировать умения моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

Осуществление представленной рабочей программы предполагает использование следующего учебно – методического комплекта:

Учебник: Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/ Ю.М.Колягин, М.В.Ткачева, Н.Е.Федорова, М.И. Шабунин и др. - М.: Просвещение, 2010.

Согласно учебному плану на изучение алгебры и начал математического анализа в 10 классе отводится 136 ч из расчета 4 ч в неделю, в 11 классе - 136 ч из расчета 4 ч в неделю.

Требования к уровню подготовки учащихся 10-11 классов

В результате изучения математики на профильном уровне ученик должен знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

Числовые и буквенные выражения уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;

- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции; *использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:*

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Функции и графики уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;

- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;

- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

Начала математического анализа уметь

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;

- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;

- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;

- вычислять площадь криволинейной трапеции;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

Уравнения и неравенства уметь

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- доказывать несложные неравенства;

- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;

- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;

- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- построения и исследования простейших математических моделей.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей уметь

• решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;

• вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

• анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

Содержание программы

Содержание учебника изложено на трех уровнях сложности. В учебниках изложены такие новые разделы курса математики, вошедшие в стандарт математического образования, как элементы логики, теории множеств, теории делимости и многочленов и др.

Система упражнений структурирована на четырех уровнях сложности. Два первых уровня соответствуют базовому уровню стандарта. Вопросы для повторения и задания «Проверь себя!» направлены на организацию самоконтроля учащихся и содержат задачи двух уровней сложности: обязательные для базового и обязательные для профильного уровня образовательного стандарта.

Содержание программы по алгебре и началам математического анализа в 10 классе

№	Тема	Количество часов	Контрольных работ
1	Вводное повторение	4 ч	-
2	Делимость чисел	10 ч	1
3	Многочлены. Алгебраические уравнения	17 ч	1
4	Степень с действительным показателем	13ч	1
5	Степенная функция	16 ч	1
6	Показательная функция	11 ч	1
7	Логарифмическая функция	17 ч	1
8	Тригонометрические формулы	24 ч	1
9	Тригонометрические уравнения	21 ч	1
	Повторение. Резерв	3 ч	-
	Итого	136 ч	8

Содержание учебного материала в 10 классе

1. Делимость чисел - 10 часов.

Понятие делимости. Делимость суммы и произведения. Деление с остатком. Признаки делимости. Сравнения. Решение уравнений в целых числах.

Основная цель - ознакомить с методами решения задач теории чисел, связанных с понятием делимости.

В данной теме рассматриваются основные свойства делимости целых чисел на натуральные числа и решаются задачи на определение факта делимости чисел с

опорой на эти свойства и признаки делимости.

Рассматриваются свойства сравнений. Так как сравнение по модулю m есть не что иное, как «равенство с точностью до кратных m », то многие свойства сравнений схожи со свойствами знакомых учащимся равенств (сравнения по одному модулю почленно складывают, вычитают, перемножают).

Задачи на исследование делимости чисел в теории чисел считаются менее сложными, чем задачи, возникающие при сложении и умножении натуральных чисел. К таким задачам, например, относится теорема Ферма о представлении n -й степени числа в виде суммы степеней двух других чисел.

Рассказывая учащимся о проблемах теории чисел, сообщается, что решению уравнений в целых и рациональных числах (так называемых диофантовых уравнений) посвящен большой раздел теории чисел. Здесь же рассматривается теорема о целочисленных решениях уравнения первой степени с двумя неизвестными и приводятся примеры решения в целых числах уравнения второй степени.

2. Многочлены. Алгебраические уравнения - 17 часов.

Многочлены от одного переменного. Схема Горнера. Многочлен $P(x)$ и его корень. Теорема Безу. Следствия из теоремы Безу. Алгебраические уравнения. Делимость двучленов $x^t \pm a^t$ на $x \pm a$. Симметрические многочлены. Многочлены от нескольких переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Системы уравнений.

Основная цель - обобщить и систематизировать знания о многочленах, известные из основной школы; научить выполнять деление многочленов, возведение двучленов в натуральную степень, решать алгебраические уравнения, имеющие целые корни, решать системы уравнений, содержащие уравнения степени выше второй; ознакомить с решением уравнений, имеющих рациональные корни.

Продолжается изучение многочленов, алгебраических уравнений и их систем, которые рассматривались в школьном курсе алгебры. От рассмотрения линейных и квадратных уравнений учащиеся переходят к алгебраическим уравнениям общего вида $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ — многочлен степени n . В связи с этим вводятся понятия степени многочлена и его корня.

Отыскание корней многочлена осуществляется разложением его на множители. Для этого сначала подробно рассматривается алгоритм деления многочленов уголком, который использовался в арифметике при делении рациональных чисел.

На конкретных примерах показывается, как получается формула деления многочленов $P(x) = M(x)Q(x)$ и как с ее помощью можно проверить результаты деления многочленов. Эта формула принимается в качестве определения операции деления многочленов по аналогии с делением натуральных чисел, с которым учащиеся знакомились в курсе арифметики.

Деление многочленов обычно выполняется уголком или по схеме Горнера. Иногда это удается сделать разложением делимого и делителя на множители. Схема Горнера не является обязательным материалом для всех учащихся, но, как показывает опыт, она легко усваивается и ее можно рассмотреть, не требуя от всех умения ее применять. Можно также использовать метод неопределенных коэффициентов.

Способ решения алгебраического уравнения разложением его левой части на множители фактически опирается на следствия из теоремы Безу: «Если x_2 — корень

уравнения $P_n(x) = 0$, то многочлен $P_n(x)$ делится на двучлен $x - x_2$ ». Изучается теорема Безу, формулируются следствия из нее, являющиеся необходимым и достаточным условием деления многочлена на двучлен.

Рассматривается первый способ нахождения целых корней алгебраического уравнения с целыми коэффициентами, если такие корни есть: их следует искать среди делителей свободного члена. Для учащихся, интересующихся математикой, приводится пример отыскания рациональных корней многочлена с первым коэффициентом, отличным от 1. Среди уравнений, сводящихся к алгебраическим, рассматриваются рациональные уравнения. Хотя при решении рациональных уравнений могут появиться посторонние корни, они легко обнаруживаются проверкой. Поэтому понятия равносильности и следствия уравнения на этом этапе не являются необходимыми; эти понятия вводятся позже при рассмотрении иррациональных уравнений и неравенств.

Решение систем нелинейных уравнений проводится как известными учащимся способами (подстановкой или сложением), так и делением уравнений и введением вспомогательных неизвестных.

3. Степень с действительным показателем – 13 часов.

Действительные числа. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Арифметический корень натуральной степени. Степень с натуральным и действительным показателями.

Основная цель - обобщить и систематизировать знания о действительных числах; сформировать понятие степени с действительным показателем; научить применять определения арифметического корня и степени, а также их свойства при выполнении вычислений и преобразовании выражений; ознакомить с понятием предела последовательности.

Необходимость расширения множества натуральных чисел до действительных мотивируется возможностью выполнять действия, обратные сложению, умножению и возведению в степень, а значит, возможностью решать уравнения $x + a = B$, $ax = B$, $x^a = B$.

Рассмотренный в начале темы способ обращения бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную обосновывается свойствами сходящихся числовых рядов, в частности, нахождением суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Действия над иррациональными числами строго не определяются, а заменяются действиями над их приближенными значениями - рациональными числами.

В связи с рассмотрением последовательных рациональных приближений иррационального числа, а затем и степени с иррациональным показателем на интуитивном уровне вводится понятие предела последовательности. Формулируется и строгое определение предела. Разбирается задача на доказательство того, что данное число является пределом последовательности с помощью определения предела. На данном этапе элементы теории пределов не изучаются.

Арифметический корень натуральной степени $n > 2$ из неотрицательного числа и его свойства излагаются традиционно. Учащиеся должны уметь вычислять значения корня с помощью определения и свойств и выполнять преобразования выражений, содержащих корни.

Степень с иррациональным показателем поясняется на конкретном примере: число $3^{\sqrt{2}}$ рассматривается как последовательность рациональных приближений $3^{1,4}$,

$3^{1,41}$, Здесь же формулируются и доказываются свойства степени с действительным показателем, которые будут использоваться при решении уравнений, неравенств, исследовании функций.

4. Степенная функция – 16 часов.

Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции. Сложные функции. Дробно-линейная функция. Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства.

Основная цель - обобщить и систематизировать известные из курса алгебры основной школы свойства функций; изучить свойства степенных функций и научить применять их при решении уравнений и неравенств; сформировать понятие равносильности уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств.

Рассмотрение свойств степенных функций и их графиков проводится поэтапно, в зависимости от того, каким числом является показатель: 1) четным натуральным числом; 2) нечетным натуральным числом; 3) числом, противоположным четному натуральному числу; 4) числом, противоположным нечетному натуральному числу; 5) положительным нецелым числом; 6) отрицательным нецелым числом.

Обоснования свойств степенной функции не проводятся, они следуют из свойств степени с действительным показателем. Например, возрастание функции $y = x^p$ на промежутке $x > 0$, где p — положительное нецелое число, следует из свойства: «Если $0 < x_1 < x_2$, $p > 0$, то $x_1^p < x_2^p$ ». На примере степенных функций учащиеся знакомятся с понятием ограниченной функции, учатся доказывать как ограниченность, так и неограниченность функции.

Рассматриваются функции, называемые взаимно обратными. Важно обратить внимание на то, что не всякая функция имеет обратную. Доказывается симметрия графиков взаимно обратных функции относительно прямой $y = x$.

Знакомство со сложными и дробно-линейными функциями начинается сразу после изучения взаимно обратных функций. Вводятся разные термины для обозначения сложной функции (суперпозиция, композиция), но употребляется лишь один. Обращается внимание учащихся на отыскание области определения сложной функции и промежутков ее монотонности. Доказывается теорема о промежутках монотонности с опорой на определения возрастающей или убывающей функции, что позволяет изложить суть алгоритма доказательства монотонности сложной функции.

Учащиеся знакомятся с дробно-линейными функциями. В основной школе учащиеся учились строить график функции $y = k/x$ и графики функций, которые получались сдвигом этого графика. Выделение целой части из дробно-линейного выражения приводит к знакомому учащимся виду функции.

Определения равносильности уравнений, неравенств и систем уравнений и свойств равносильности дается в связи с предстоящим изучением иррациональных уравнений, неравенств и систем иррациональных уравнений.

Основным методом решения иррациональных уравнений является возведение обеих частей уравнения в степень с целью перехода к рациональному уравнению-следствию данного.

С помощью графиков решается вопрос о наличии корней и их числе, а также о нахождении приближенных корней, если аналитически решить уравнение трудно.

Изучение иррациональных неравенств не является обязательным для всех учащихся. При их изучении на базовом уровне основным способом решения

является сведение неравенства к системе рациональных неравенств, равносильной данному. После решения задач по данной теме учащиеся выводятся на теоретическое обобщение решения иррациональных неравенств, содержащих в условии единственный корень второй степени.

5. Показательная функция – 11 часов.

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения. Показательные неравенства. Системы показательных уравнений и неравенств.

Основная цель - изучить свойства показательной функции; научить решать показательные уравнения и неравенства, системы показательных уравнений.

Свойства показательной функции $y = a^x$ полностью следуют из свойств степени с действительным показателем. Например, возрастание функции $y = a^x$, если $a > 1$, следует из свойства степени: «Если $x_1 < x_2$, то $a^{x_1} < a^{x_2}$ при $a > 1$ ».

Решение большинства показательных уравнений и неравенств сводится к решению простейших.

Так как в ходе решения предлагаемых в этой теме показательных уравнений равносильность не нарушается, то проверка найденных корней необязательна. Здесь системы уравнений и неравенств решаются с помощью равносильных преобразований: подстановкой, сложением или умножением, заменой переменных и т. д.

6. Логарифмическая функция – 17 часов.

Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Логарифмические уравнения. Логарифмические неравенства.

Основная цель - сформировать понятие логарифма числа; научить применять свойства логарифмов при решении уравнений; изучить свойства логарифмической функции и научить применять ее свойства при решении логарифмических уравнений и неравенств.

До этой темы в курсе алгебры изучались такие функции, вычисление значений которых сводилось к четырём арифметическим действиям и возведению в степень. Для вычисления значений логарифмической функции нужно уметь находить логарифмы чисел, т. е. выполнять новое для учащихся действие — логарифмирование.

При знакомстве с логарифмами чисел и их свойствами полезны подробные и наглядные объяснения даже в профильных классах.

Доказательство свойств логарифма опирается на его определение. На практике рассматриваются логарифмы по различным основаниям, в частности по основанию 10 (десятичный логарифм) и по основанию e (натуральный логарифм), отсюда возникает необходимость формулы перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию. Так как на инженерном микрокалькуляторе есть клавиши $\lg$ и $\ln$, то для вычисления логарифма по основаниям, отличным от 10 и e , нужно применить формулу перехода.

Свойства логарифмической функции активно используются при решении логарифмических уравнений и неравенств.

Изучение свойств логарифмической функции проходит совместно с решением уравнений и неравенств.

При решении логарифмических уравнений и неравенств выполняются различные их преобразования. При этом часто нарушается равносильность. Поэтому при

решении логарифмических уравнений необходимо либо делать проверку найденных корней, либо строго следить за выполненными преобразованиями, выявляя полученные уравнения-следствия и обосновывая каждый этап преобразования. При решении логарифмических неравенств нужно следить за тем, чтобы равносильность не нарушалась, так как проверку решения неравенства осуществить сложно, а в ряде случаев невозможно.

7. Тригонометрические формулы - 24 часа.

Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$. Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Синус, косинус и тангенс половинного угла. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов. Произведение синусов и косинусов.

Основная цель - сформировать понятия синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа; научить применять формулы тригонометрии для вычисления значений тригонометрических функций и выполнения преобразований тригонометрических выражений; научить решать простейшие тригонометрические уравнения $\sin x = a$, $\cos x = a$ при $a = 1, -1, 0$.

Рассматривая определения синуса и косинуса действительного числа α , естественно решить самые простые уравнения, в которых требуется найти число α , если синус или косинус его известен, например уравнения $\sin \alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$ и т. п. Поскольку для обозначения неизвестного по традиции используется буква x , то эти уравнения записывают как обычно: $\sin x = 0$, $\cos x = 1$ и т. п. Решения этих уравнений находятся с помощью единичной окружности.

При изучении степеней чисел рассматривались их свойства $a^{p+q} = a^p \cdot a^q$, $a^{p-q} = a^p : a^q$. Подобные свойства справедливы и для синуса, косинуса и тангенса. Эти свойства называют формулами сложения. Практически они выражают зависимость между координатами суммы или разности двух чисел α и β через координаты чисел α и $-\alpha$. Формулы сложения доказываются для косинуса суммы или разности, все остальные формулы сложения получаются как следствия.

Формулы сложения являются основными формулами тригонометрии, так как все другие можно получить как следствия: формулы двойного и половинного углов, формулы приведения, преобразования суммы и разности в произведение. Из формул сложения выводятся и формулы замены произведения синусов и косинусов их суммой, что применяется при решении уравнений.

8. Тригонометрические уравнения – 21 час.

Уравнения $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\tan x = a$. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные и линейные уравнения. Методы замены неизвестного и разложения на множители. Метод оценки левой и правой частей тригонометрического уравнения. Системы тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства.

Основная цель (профильный уровень) - сформировать понятия арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа; научить решать тригонометрические уравнения и системы тригонометрических уравнений, используя различные приемы решения; ознакомить с приемами решения тригонометрических неравенств.

Как и при решении алгебраических, показательных и логарифмических

уравнений, решение тригонометрических уравнений путем различных преобразований сводится к решению простейших: $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Рассмотрение простейших уравнений начинается с уравнения $\cos x = a$, так как формула его корней проще, чем формула корней уравнения $\sin x = a$ (в их записи часто используется необычный для учащихся указатель знака $(-1)^n$). Решение более сложных тригонометрических уравнений, когда выполняются алгебраические и тригонометрические преобразования, сводится к решению простейших.

Рассматриваются следующие типы тригонометрических уравнений: линейные относительно $\sin x$, $\cos x$ или $\operatorname{tg} x$; сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного; сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители.

На профильном уровне дополнительно изучаются однородные (первой и второй степеней) уравнения относительно $\sin x$ и $\cos x$, а также сводящиеся к однородным уравнениям. При этом используется метод введения вспомогательного угла.

На профильном уровне рассматриваются тригонометрические уравнения, для решения которых необходимо применение нескольких методов. Показывается анализ уравнения не по неизвестному, а по значениям синуса и косинуса неизвестного, что часто сужает поиск корней уравнения. Также показывается метод объединения серий корней тригонометрических уравнений. Разбираются подходы к решению несложных систем тригонометрических уравнений.

Рассматриваются тригонометрические неравенства, которые решаются с помощью единичной окружности.

Содержание программы по алгебре и началам математического анализа в 11 классе

Глава	Тема	Часы
1	Тригонометрические функции	19
2	Производная и ее геометрический смысл	22
3	Применение производной к исследованию функций	16
4	Первообразная и интеграл	15
5	Комбинаторика	10
6	Элементы теории вероятностей	8
7	Комплексные числа	13
8	Уравнения и неравенства	10
9	Итоговое повторение курса алгебры и начал анализа	23
Итого		136

Содержание учебного материала в 11 классе

Глава 1. «Тригонометрические функции»

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Свойства функции $y = \cos x$ и ее график. Свойства функции $y = \sin x$ и ее график. Свойства и графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. Обратные тригонометрические функции. Непрерывность функции.

Основная цель – изучить свойства тригонометрических функций, научить учащихся применять эти свойства при решении уравнений и неравенств; обобщить и систематизировать знания об исследовании функций элементарными методами;

научить строить графики тригонометрических функций, используя различные приемы построения графиков.

Среди тригонометрических формул следует особо выделить те формулы, которые непосредственно относятся к исследованию тригонометрических функций и построению их графиков. Так, формулы $\sin(-x)=-\sin x$ и $\cos(-x)=\cos x$ выражают свойства нечетности и четности функций $y=\sin x$ и $y=\cos x$ соответственно.

На профильном уровне продолжается изучение свойств элементарных функций методами элементарной математики; решаются задачи разного уровня сложности на нахождение области определения и множества значений сложных функций.

Построение графиков тригонометрических функций проводится с использованием их свойств и начинается с построения графика функции $y=\cos x$. С помощью графиков тригонометрических функций решаются простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

На профильном уровне обратные тригонометрические функции изучаются после повторения понятия взаимно обратных функций. Применение свойств обратных тригонометрических функций рассматриваются на конкретных примерах.

В ходе изучения темы особое внимание уделяется исследованию функций и построению графиков методами элементарной математики. Таким образом, при изучении данного раздела происходит как обобщение и систематизация знаний учащихся об элементарных функциях и их исследовании методами элементарной математики, так и подготовка к восприятию элементов математического анализа.

Глава 2. Производная и её геометрический смысл.

Предел последовательности. Предел функции. Непрерывность функции. Определение производной. Правила дифференцирования. Производная степенной функции. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

Основная цель – ввести понятие предела последовательности, предела функций, производной, научить находить производные с помощью формул дифференцирования; научить находить уравнение касательной к графику функции, решать практические задачи на применение понятия производной.

На профильном уровне учащиеся знакомятся со строгими определениями предела последовательности, предела функции. Правила дифференцирования и формулы производных элементарных функций доказываются строго.

Глава 3. «Применение производной к исследованию функций»

Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции. Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба. Построение графика функций.

Основная цель – показать возможности производной в исследовании свойств функций и построении их графиков.

При изучении материала широко используются знания, полученные учащимися в ходе работы над предыдущей темой.

Обосновываются утверждения о зависимости возрастания и убывания функции от знака её производной на данном промежутке. Вводятся понятия точек максимума, минимума, точек перегиба. Учащиеся знакомятся с терминами: критические и стационарные точки.

После введения понятия максимума и минимума функции формируется представление о том, что функция может иметь экстремум в точке, в которой она не имеет производной.

На профильном уровне (после изучения второй производной) схема исследования функции выглядит так: 1) область определения функции, чётность (нечётность), периодичность, 2) нули функции, промежутки знакопостоянства, 3) асимптоты графика функции, 4) первая производная, критические точки, промежутки монотонности, экстремумы, 5) вторая производная, промежутки выпуклости, направления выпуклостей и точки перегиба.

Глава 4. «Первообразная и интеграл»

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его вычисление. Вычисление площадей фигур с помощью интегралов. Применение интегралов для решения физических задач. Простейшие дифференциальные уравнения.

Основная цель — ознакомить с понятием интеграла и интегрированием как операцией обратной дифференцированию; научить находить площадь криволинейной трапеции, решать простейшие физические задачи с помощью интеграла.

Операция интегрирования сначала определяется как операция, обратная дифференцированию, далее вводится понятие первообразной, при этом не вводится ни определение неопределенного интеграла, ни его обозначение. Таблица правил интегрирования в этом случае естественно получается из таблицы производных.

Связь между первообразной и площадью криволинейной трапеции устанавливается формулой Ньютона – Лейбница. Далее возникает определённый интеграл как предел интегральной суммы. При этом формула Ньютона – Лейбница так же оказывается справедливой. Таким образом эта формула является главной, с её помощью вычисляются определённые интегралы и находятся площади криволинейных трапеций.

На профильном уровне учащиеся знакомятся с задачами на нахождение пути по заданной скорости, на вычисление работы переменной силы. Задачами о размножении бактерий и о радиоактивном распаде более подробно. Чем школьники базового уровня, и учатся решать простейшие дифференциальные уравнения.

Глава 5. «Комбинаторика»

Математическая индукция. Правило произведения. Размещения с повторениями. Перестановки. Размещения без повторений. Сочетания без повторений и бином Ньютона.

Основная цель — развить комбинаторное мышление учащихся; ознакомить с теорией соединений (как самостоятельным разделом математики и в дальнейшем - с аппаратом решения ряда вероятностных задач); обосновать формулу бинома Ньютона (с которой учащиеся лишь познакомились в курсе 10 класса).

Основными задачами комбинаторики считаются следующие: 1) составление упорядоченных множеств (образование перестановок); 2) составление подмножеств данного множества (образование сочетаний); 3) составление упорядоченных подмножеств данного множества (образование размещений).

Из всего многообразия вопросов, которыми занимается комбинаторика, в программу включается лишь теория соединений - комбинаторных конфигураций, которые называются перестановками, размещениями и сочетаниями. Причем

обязательными для изучения являются лишь соединения без повторений - соединения, составляемые по определенным правилам из различных элементов.

На профильном уровне полезно ввести понятие размещений с повторениями.

Глава 6. Элементы теории вероятностей

Вероятность события. Сложение вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Вероятность произведения независимых событий. Формула Бернулли.

Основная цель — сформировать понятие вероятности случайного независимого события; научить решать задачи на применение теоремы о вероятности суммы двух несовместных событий и на нахождение вероятности произведения двух независимых событий.

В программу включено изучение (частично на интуитивном уровне) лишь отдельных элементов теории вероятностей. При этом введению каждого понятия предшествует неформальное объяснение, раскрывающее сущность данного понятия, его происхождение и реальный смысл. Так вводятся понятия случайных, достоверных и невозможных событий, связанных с некоторым испытанием; определяются и иллюстрируются операции над событиями.

Классическое определение вероятности события с равновероятными элементарными исходами формулируется строго, и на его основе (с использованием знаний комбинаторики) решается большинство задач. Понятия геометрической вероятности и статистической вероятности вводились на интуитивном уровне в основной школе.

Независимость событий вводится достаточно строго (после определения понятия условной вероятности). Разбирается решение задачи на нахождение вероятности события B , состоящего в том, что при n испытаниях наблюдаемое событие A произойдет ровно k раз, после чего обосновывается формула Бернулли.

При изложении материала данного раздела подчеркивается прикладное значение теории вероятностей в различных областях знаний и практической деятельности человека.

Глава 7. Комплексные числа

Определение комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел. Комплексно сопряженные числа. Модуль комплексного числа. Операция вычитания и деления. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме. Формула Муавра. Квадратное уравнение с комплексным неизвестным. Извлечение корня из комплексного числа. Алгебраические уравнения.

Основная цель – научить представлять комплексное число в алгебраической и тригонометрической формах, изображать число на комплексной плоскости; научить находить сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел, записанных в алгебраической форме, операции умножения и деления чисел, представленных в тригонометрической форме.

На примере теории комплексных чисел старшеклассники впервые знакомятся со строгим построением теории чисел.

Тригонометрическая интерпретация комплексного числа позволяет решать алгебраические уравнения в поле комплексных чисел и осознанно воспринимать основную теорему алгебры, которая формулируется в конце темы.

Глава 8. «Уравнения и неравенства с двумя переменными»

Линейные уравнения и неравенства с двумя переменными. Нелинейные уравнения и неравенства с двумя переменными. Уравнения и неравенства с двумя переменными, содержащие параметры.

Основная цель – обучить приемам решения уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств с двумя переменными.

Изображения множества точек, являющегося решением уравнения первой степени с двумя неизвестными не ново для учащихся старших классов. Решение систем уравнений с помощью графика знакомо школьникам с уровня основного общего образования. Теперь им предстоит углубить знания, полученные ранее, и ознакомиться с решением неравенств с двумя переменными и их систем.

Учебный материал построен так, что учащиеся постигают его в ходе решения конкретных задач, а затем происходит обобщение изученных примеров.

9. Итоговое повторение курса. Уроки итогового повторения имеют своей **целью** не только восстановление в памяти учащихся основного материала, но и обобщение, уточнение и систематизацию знаний по алгебре и началам математического анализа за курс среднего общего образования.

Повторение предполагается проводить по основным содержательно-методическим линиям и целесообразно выстроить в следующем порядке: вычисления и преобразования, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа.

При проведении итогового повторения предполагается широкое использование и комбинирование различных типов уроков (лекций, семинаров, практикумов, консультаций и т. д.) с целью быстрого охвата большого по объему материала. Необходимым элементом уроков итогового повторения является самостоятельная работа учащихся. Она полезна как самим учащимся, так и учителю для осуществления обратной связи. Формы проведения самостоятельных работ разнообразны: от традиционной работы с двумя, тремя заданиями до тестов.

В результате обобщающего повторения курса алгебры и начал анализа за 11 класс создать условия учащимся для выявления:

- Владения понятием степени с рациональным показателем, умение выполнять тождественные преобразования и находить их значения.

- Умения выполнять тождественные преобразования тригонометрических, иррациональных, показательных, логарифмических выражений.

- Умения решать системы уравнений, содержащих одно или два уравнения (логарифмических, иррациональных, тригонометрических); решать неравенства с одной и двумя переменными на основе свойств функции.

- Умения использовать несколько приемов при решении уравнений; решать уравнения с использованием равносильности уравнений; использовать график функции при решении неравенств (графический метод).

- Умения находить производную функции; множество значений функции; область определения сложной функции; использовать четность и нечетность функции.

- Умения исследовать свойства сложной функции; использовать свойство периодичности функции для решения задач; читать свойства функции по графику и распознавать графики функций.

- Умения решать и проводить исследование решения текстовых задач на нахождение наибольшего (наименьшего) значения величины с применением производной; умения решать задачи параметрические на оптимизацию.

- Умения решать комбинированные уравнения и неравенства; использовать несколько приемов при решении уравнений и неравенств.

- Умения решать неравенства с параметром; использовать график функции при решении неравенств с параметром (графический метод).